

Resultados esperados

RAZONAMIENTO

Con este grupo de preguntas se evalúa la capacidad del estudiante para evidenciar las propiedades o los patrones de la información presentada, así como la igualdad subyacente en fracciones equivalentes. También se evalúa la comprensión de la medida del ángulo recto, la visualización de sólidos a partir de diferentes vistas y el recubrimiento de superficies para hallar su área.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Con este grupo de preguntas se evidencia la capacidad de manipular cantidades racionales mediante operaciones aritméticas elementales en aras de resolver un problema. También se evalúa aquí el uso de productos o planteamientos asociados a las partes, para obtener el porcentaje de una cantidad o la cantidad a la cual corresponde un porcentaje. Además de permitir evidenciar esta operacionalización, estas preguntas rastrean las habilidades para medir las formas geométricas básicas (rectángulos, triángulos), áreas y perímetros de rectángulos o agrupaciones de estos.

COMUNICACIÓN

Con este grupo de preguntas se espera que el estudiante lea información numérica representada en fracciones, gráficas, con decimales o de tipo porcentual. Así mismo, que pueda relacionar una representación con otra en diversas situaciones escolares o familiares y referenciar ubicaciones siguiendo las indicaciones de orientación estándar: norte, sur y este y oeste. Adicionalmente, el estudiante debe estar en capacidad de leer información presentada en tablas, gráficas de barras y hacer cambios de representación entre ellas.

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

Proceso de aprendizaje 1

RAZONAMIENTO

Preguntas: 5, 6, 8, 11, 12, 15, 17 y 24.

Conceptos y procesos que el docente debe tener en cuenta

- Propiedades de las operaciones aritméticas.
- Múltiplos y divisores.
- Áreas-cubrimiento.
- Fracciones equivalentes.

DBA asociados Grado 4.º: 1, 2, 5 y 7

1. Conoce los números naturales: 0, 1, 2,...	2. Entiende los conceptos de múltiplos y divisores.
5. Identifica fracciones equivalentes y simplifica fracciones.	7. Calcula el área y el perímetro de un rectángulo a partir de su base y su altura.

Orientación

Con este grupo de preguntas se evalúa la capacidad del estudiante para evidenciar las propiedades o los patrones de la información presentada, así como la igualdad subyacente en fracciones equivalentes. También se evalúa la comprensión de la medida del ángulo recto, la visualización de sólidos a partir de diferentes vistas y el recubrimiento de superficies para hallar su área.

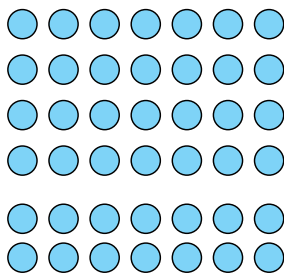
Acerca de las propiedades de las operaciones aritméticas

El uso adecuado de las propiedades de las operaciones es una estrategia para la solución de situaciones asociadas a dichas operaciones aritméticas. Este aprendizaje es importante para el desarrollo del cálculo mental, así como la realización y comprensión de los diferentes algoritmos.

La comprensión y la destreza en la utilización de las propiedades se favorecen con ejercicios específicos y con la utilización de representaciones gráficas. Por ejemplo, el uso de arreglos rectangulares para representar la propiedad conmutativa de la multiplicación, el uso de cubos para modelar la propiedad asociativa, dado que cada factor puede asociarse con

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

cada una de las longitudes correspondientes a las dimensiones (ancho, largo y profundidad) del cubo o paralelepípedo que se forme, o la representación de la propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma con arreglos como:



$$7 \times (4+2) = (7 \times 4) + (7 \times 2)$$

Acerca de múltiplos y divisores

El concepto de *múltiplo* es una de las nociones básicas en matemáticas que se aprende para comprender otros conceptos y operaciones, como el mínimo común múltiplo, el algoritmo de la suma y la resta de números fraccionarios y en un nivel más avanzado de escolaridad, la suma y la resta de fracciones algebraicas. Por esta razón, es muy importante su enseñanza en esta etapa del proceso de aprendizaje de las matemáticas.

Los múltiplos de un número se obtienen al multiplicar dicho número por cada uno de los números naturales. En este sentido, se considera que enseñar las tablas de multiplicar hasta el factor número diez, puede inducir a un error a los estudiantes porque los lleva a interiorizar la idea equivocada de que un número solo puede multiplicar hasta 10, implicando esto que sus múltiplos solamente se encuentran en este rango de multiplicaciones.

Para abordar la noción de múltiplo, conviene proponer tareas asociadas a las secuencias numéricas, como la secuencia de tres en tres, de cinco en cinco, entre otras. Del mismo modo, estas tareas resultarán provechosas para desarrollar la capacidad de encontrar los múltiplos de un número, al igual que la actividad de encontrar el múltiplo de determinada posición dentro de una secuencia.

Respecto al tratamiento de los divisores, para determinar si un número es divisor de otro se suele efectuar la división y comprobar si el residuo es cero. No obstante, en el aula de clase se pueden proponer actividades como todas las maneras posibles de empacar 36 dulces en bolsas de manera que cada bolsa tenga la misma cantidad de dulces y no sobran, para identificar los divisores del número 36. Así mismo, es importante que los estudiantes comprendan los criterios de divisibilidad como reglas que permiten determinar si un número es divisible por otro, lo cual permite realizar cálculos de manera más sencilla y ágil.

Acerca de fracciones equivalentes

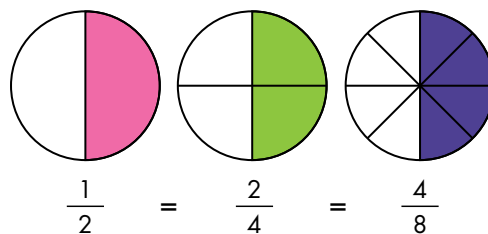
La equivalencia de fracciones constituye una herramienta fundamental que justifica varias técnicas importantes en la manipulación de los números fraccionarios (Cid, Batanero y Godino, 2003). La primera de estas técnicas consiste en la simplificación de fracciones, la cual permite pasar de una fracción a la fracción irreducible equivalente a ella. La segunda radica en reducir a un común denominador, técnica que consiste en encontrar fracciones equivalentes a unas dadas, pero todas ellas con el mismo denominador, para lo cual es necesario encontrar el mínimo común denominador, lo cual es un aspecto importante a tener en cuenta al iniciar el proceso de adición y sustracción de fracciones.

Como proponen Llinares y Sánchez (1988), la comprensión y destreza en la obtención de fracciones equivalentes puede plantearse desde las primeras tareas en que se desarrollan las nociones iniciales del concepto de *fracción*, tanto en contextos continuos como discretos, al igual que en la recta numérica. En este sentido, se pueden proponer tareas o situaciones en las

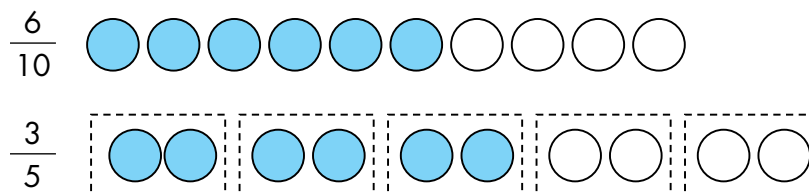
ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

que la relación de la parte considerada y el todo pueda trabajarse con diferentes parejas (fracciones) de números distintos. Vale la pena resaltar que el todo debe mantener el tamaño en cada una de las diferentes parejas de números que se desean representar, con el propósito de hacer comparaciones entre las partes consideradas y la superficie limitada por ellas y, así, concluir que la superficie es la misma para todas las fracciones equivalentes.

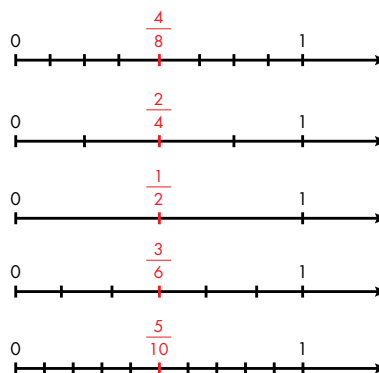
Representación continua:



Representación discreta:



Representación en la recta numérica:



Así mismo, conviene solicitar, en diferentes momentos de la clase, que se enuncien fracciones simplificadas al momento de hacer actividades de resolución. También pueden realizar ejercicios de representar fracciones ofreciendo al estudiante algunas de las equivalencias y solicitando otras.

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

Proceso de aprendizaje 2

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Preguntas: 1, 2, 3, 4, 7, 10, 16, 21, 23, 28, 29, 30, 31, 33, 34 y 35.

Conceptos y procesos que el docente debe tener en cuenta

- Resta de números naturales.
- Producto como adición repetida.
- Repartos equitativos.
- Suma, resta, producto y cociente de fracciones.

DBA asociados Grado 4.º: 1, 2, 3, 6 y 8

1. Conoce los números naturales: 0, 1, 2,...	2. Entiende los conceptos de múltiplos y divisores.
3. Comprende que el residuo en una división corresponde a lo que sobra al efectuar un reparto equitativo.	6. Realiza sumas y restas de fracciones.
8. Multiplica fracciones.	

Orientación

Con este grupo de preguntas se evidencia la capacidad de manipular cantidades racionales mediante operaciones aritméticas elementales en aras de resolver un problema. También se evalúa aquí el uso de productos o planteamientos asociados a las partes, para obtener el porcentaje de una cantidad o la cantidad a la cual corresponde un porcentaje. Además de permitir evidenciar esta operacionalización, estas preguntas rastrean las habilidades para medir las formas geométricas básicas (rectángulos, triángulos), áreas y perímetros de rectángulos o agrupaciones de estos.

Acerca de la resta de números decimales

En la suma y en la resta de números decimales es indispensable comprender la correspondencia entre las diferentes unidades de orden como condición imprescindible para lograr efectuar las operaciones y sus algoritmos. Para ello, se requiere que los estudiantes aprendan, a leer adecuadamente los números decimales, tomando conciencia de cada una de las agrupaciones existentes allí (decenas, unidades, décima, centésima, milésima). De acuerdo con (Castro, 2001) Los algoritmos pueden

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

introducirse y tomar significado a partir de las fracciones, de manera que se expresen los decimales como fracciones para realizar las operaciones y las respuestas se expresen como decimales, esto permite hacer evidente la suma entre las partes enteras, décimas y centésimas.

Así mismo esas operaciones se pueden realizar alineando verticalmente de acuerdo con la coma, esto es retomando los algoritmos de suma y resta de números naturales, para esto conviene representar cantidades decimales a través de una tabla, en la cual cada una de las columnas represente una agrupación diferente. Por ejemplo, a los estudiantes se les puede solicitar, que representen siete centésimas, ya sea asignando el número siete en la respectiva agrupación o colocando siete objetos pequeños allí haciendo uso de material como los bloques multibase.

Decenas	Unidades	Décimas	Centésimas	Milésimas
	1	4	3	

Para formalizar los algoritmos, es recomendable resaltar cada uno de los pasos que se deben efectuar en este. Una vez se ha expuesto el algoritmo y se han realizado varias modelaciones, se puede solicitar a los estudiantes que lo reiteren desde el inicio hasta el final. Posteriormente, si se evidencian dificultades en la realización de este, se puede solicitar que lo hagan por fases, es decir, que únicamente realicen un paso para varios ejercicios. Lo anterior posibilitará reconocer cuál es la dificultad puntual de los estudiantes.

Acerca del producto como adición repetida

Los contextos en los cuales hay que sumar una cantidad reiteradamente, cierto número de veces, son los más familiares para los estudiantes y los primeros que se emplean para iniciar la enseñanza de la multiplicación. Para los estudiantes, las expresiones lingüísticas como “el doble”, “el triple” y, en general, el término “veces” se asocia fácilmente con la suma reiterada, con lo cual esta operación se convierte en el modo natural para iniciar la enseñanza de la multiplicación.

Es muy importante que los estudiantes demuestren bastante dominio y ejercitación en la realización de sumas para que la multiplicación pueda enseñarse con mayores posibilidades de éxito, en ese sentido conviene proponer situaciones de proporcionalidad simple que permita introducir la multiplicación como adición repetida, por ejemplo: Hay 3 niños, cada uno tiene 4 dulces, ¿cuántos dulces tienen en total?, este tipo de situaciones pueden iniciarse con material concreto hasta llevar a la representación $3 \times 4 = 12$, pasando por representaciones intermedias como representaciones gráficas y conteo o expresar que 3 veces 4 es 12.

Acerca de repartos equitativos

En la división, el contexto más familiar para los estudiantes es el de reparto, es decir, el de la distribución de una cantidad en partes iguales. No obstante, el reparto, como afirma Castro (1991), puede hacerse de dos maneras. Esto da lugar a dos significados de la división. El primero de ellos se refleja en aquellas situaciones en que se pregunta por cuántos subconjuntos se pueden formar a partir de cierta cantidad dada; este significado de la división se denomina “cuotitativa” o “de medida” y corresponde con la división como restas reiteradas, por ejemplo Se tienen 18 canicas y se entregan 3 a cada niño, ¿a cuántos niños se le pueden dar canicas?

El segundo significado de la división, denominado división “partitiva”, consiste en que dado un conjunto inicial de elementos, se pregunta cuántos elementos habrá en cada conjunto si se quiere dividir el conjunto en un número de partes iguales, ejemplo: Se tienen 24 fichas para repartir entre 4 niños ¿Cuántas fichas le corresponden a cada niño?

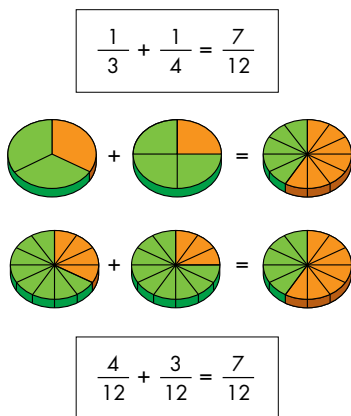
ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

La enseñanza de la multiplicación y de la división debe partir de la solución de situaciones problema que impliquen que los estudiantes propongan estrategias de solución, usen diagramas y representaciones gráficas, y debatan sobre la solución más acertada o la menos oportuna. El propósito de este proceso, es que posteriormente el docente sintetice las ideas y refuerce los conceptos, utilizando la terminología adecuada, así como con los procesos y algoritmos establecidos.

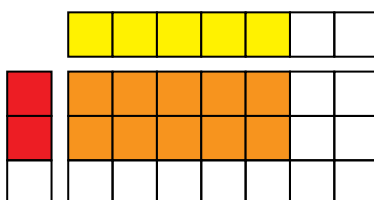
Acerca de las operaciones con números fraccionarios

La enseñanza y el aprendizaje de las operaciones con números fraccionarios deben estar asociados a referentes concretos, con el propósito de que las operaciones no se conviertan en reglas sin sentido ni significado para los estudiantes, que fácilmente se olvidarán y reemplazarán por reglas más naturales y sencillas (Castro y Castro, 2011). De esta manera, el uso continuo del contexto constituye un elemento clave para iniciar la enseñanza de las operaciones y comprender su significado.

La idea que subyace en la suma y la resta de números fraccionarios, es encontrar fracciones equivalentes a las dadas, pero con la condición de que tengan el mismo denominador (así las cantidades se podrán añadir o restar sin inconvenientes). Para ello, se requiere inicialmente que se representen ambas fracciones (tanto las dadas como las equivalentes a estas) en un modelo continuo, pero con la condición de que se representen en un todo que sea del mismo tamaño para las fracciones. Una vez representadas tanto las fracciones dadas como las semejantes, se procede a añadir las partes o a encontrar la diferencia entre ellas, según indique la operación que se debe realizar, por ejemplo:



Para el caso de la multiplicación, conviene representar inicialmente cada uno de los factores (fracciones) en un modelo rectangular (rectángulos), con la condición de que las particiones del primer factor se hagan de manera vertical y las particiones del segundo factor se hagan de manera horizontal. Una vez representadas, las fracciones en los modelos rectangulares se ubica un modelo sobre el otro y la intersección entre las partes representaría el producto de la multiplicación de fracciones. Por ejemplo:



ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

Con miras a mejorar las debilidades evidenciadas en este grupo de preguntas, se recomiendan actividades en las cuales el estudiante deba realizar operaciones aritméticas enmarcadas, en situaciones de las cuales se desprenda la necesidad de resolverlas. Se debe fomentar en distintos momentos del espacio escolar, no necesariamente en la clase, el uso de las fracciones para hacer repartos, así como el reconocimiento de los algoritmos para las operaciones aritméticas entre fracciones, señalando de manera enfática la diferencia entre estos algoritmos y los que se usan con los números naturales. Se sugiere también señalar los errores, para que los estudiantes los identifiquen y los corrijan.

Para solucionar situaciones problema de adición y multiplicación se puede aprovechar el entrenamiento en el manejo de fracciones. En particular, puede resultar útil para ejercitar el cálculo de áreas y perímetros de figuras rectangulares en actividades en las cuales el estudiante se enfrente a encontrar la medida haciendo uso del conocimiento de las dimensiones de la figura. Para estos casos es posible aprovechar que los espacios planos cercanos al estudiante son rectangulares, lo que puede favorecer el diseño de las actividades (el área del suelo del salón de clases o de algún espacio en el colegio, en la casa, e incluso en espacios abiertos).

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

Proceso de aprendizaje 3 COMUNICACIÓN

Preguntas: 9, 13, 14, 18, 19, 20, 22, 25, 26, 27, 32, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43 y 44.

Conceptos y procesos que el docente debe tener en cuenta

- Representación de fracción.
- Fracción a decimal.
- Recta numérica.
- Gráficas de barras.
- Lectura de tablas y gráficas de puntos.

DBA asociados Grado 4.º: 14, 9, 16 y 17

4. Comprende la relación entre fracción y decimal.	9. Reconoce fracciones y números decimales positivos. Compara números naturales, fracciones y números decimales positivos.
16. Entiende unos datos representados de cierta forma y los representa de otra.	17. Interpreta y representa datos descritos.

Orientación

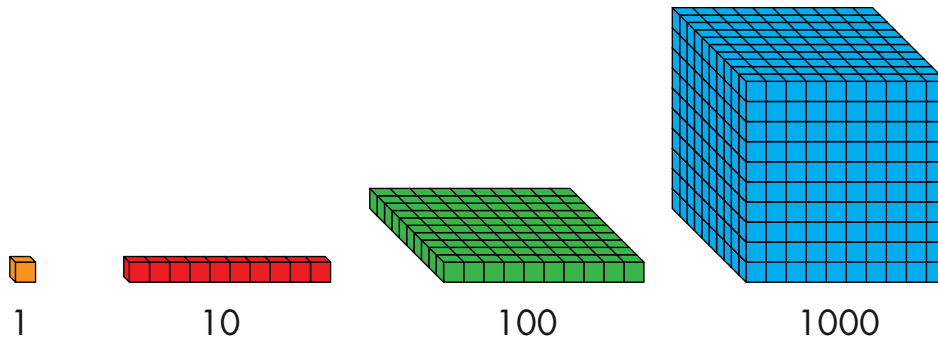
Con este grupo de preguntas se espera que el estudiante lea información numérica representada en fracciones, gráficas, con decimales o de tipo porcentual. Así mismo, que pueda relacionar una representación con otra en diversas situaciones escolares o familiares y referenciar ubicaciones siguiendo las indicaciones de orientación estándar: norte, sur y este y oeste. Adicionalmente, el estudiante debe estar en capacidad de leer información presentada en tablas, gráficas de barras y hacer cambios de representación entre ellas.

Acerca de la transición de fracción a número decimal

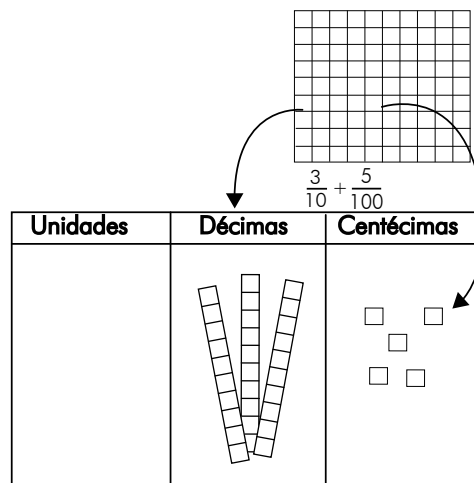
Llinares y Sánchez (1988) plantean que una estandarización de la relación parte-todo (en la que la fracción a/b representa un todo o unidad que se divide en b partes iguales, de las cuáles se consideran a de estas), junto con las características del sistema de numeración base diez, son el punto de partida para la enseñanza y aprendizaje de los números decimales y la transición de las fracciones a los decimales. Esta enseñanza y aprendizaje, puede realizarse a través de las fracciones decimales, (aquellas que tienen en su denominador una potencia de diez), pues esto posibilita que se puedan representar y obtener números decimales como: 0,1; 0,2; 0,3;... 0,8; 0,9; 0,10; 0,11; etc.

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

En ese sentido, se recomienda proponer en el aula de clase situaciones de fracciones decimales, para ello puede hacer uso de materiales como bloques multibase, cuadrículas o metro:



De manera que se transite entre la representación fraccionaria (usando distintos modelos gráficos) y la decimal y viceversa:



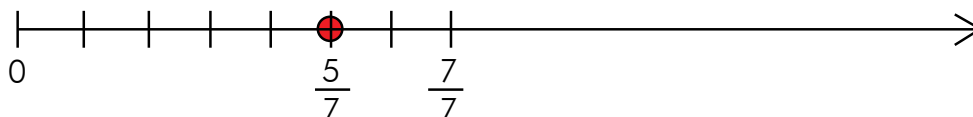
$$\frac{35}{100} = 0,35 = \text{"Treinta y cinco centésimas"}$$

Por otra parte, pueden emplearse las fracciones, convirtiéndolas en números decimales a través de la división y su algoritmo para obtener expresiones decimales, finitas e infinitas. De este modo, la cantidad que indique el numerador debe dividirse entre la cantidad que indique el denominador. Es recomendable que los estudiantes comprendan y evidencien destreza en la realización de divisiones, para que puedan realizar esta transición sin inconvenientes.

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

Acerca de la recta numérica

En este nivel de escolaridad, los estudiantes pueden empezar a utilizar la recta numérica, apoyados en el trabajo que han realizado con las fracciones. Las actividades iniciales deben centrar la atención del estudiante en el establecimiento de relaciones entre puntos de la recta y las fracciones (Llinares y Sánchez, 1988). De este modo, deben adquirir destreza para dividir el segmento unitario (o varios de estos) en un número determinado de partes iguales, según la cantidad que indique el denominador; y, seguidamente, tomar la cantidad de estas partes que indique el numerador, por ejemplo: En una carrera de atletismo uno de los participantes recorrió solamente $\frac{5}{7}$ de la pista, represente la cantidad de la pista que recorrió. Es importante que el estudiante reconozca la unidad de medida que usará para graficar en la recta y dividirla en 7 partes haciendo uso del contexto de la fracción como parte todo (en la que la fracción $\frac{a}{b}$ representa un todo o unidad que se divide en b partes iguales, de las cuáles se consideran a de estas), para representar la fracción recorrida con 5 de estas divisiones:



Con el propósito de evitar dificultades en la comprensión y uso de la recta numérica y de la ubicación de números fraccionarios en ella, resultará favorable que los estudiantes utilicen con anterioridad la recta numérica en el trabajo con las operaciones en el conjunto de los números naturales, así mismo, Dickson, Brown y Gibson (citados en Llinares y Sánchez, 1988) afirman que la interpretación de las fracciones como puntos en la recta numérica: posibilita la comprensión de las fracciones impropias de forma natural, permite establecer conexiones entre el concepto de medida y el proceso de medición y adicionalmente, la notación con números mixtos permite entender que el conjunto de las fracciones es una extensión del conjunto de los números naturales.

Acerca de la lectura de tablas, gráficas de barras y de puntos

Una lista de datos sobre un fenómeno o situación del entorno de las personas por sí sola proporciona poca información. Por esta razón, se debe organizar para posibilitar una fácil lectura que permita visibilizar el mensaje implícito que hay en ella. Un primer paso consiste en agrupar los datos de manera que se pueda simplificar su expresión. Para esto, pueden contarse los datos que son iguales y apuntar su respectiva frecuencia (cantidad de veces que se repite ese mismo dato). De este modo, se puede construir una tabla en la cual se relacione en una columna cada uno de los datos, en la otra, su respectiva frecuencia. Como afirman Batanero y Godino (2002), la elaboración de tablas se constituye en el resumen más primario de una colección de datos.

Una vez elaborada la tabla, se puede proceder a la representación de la información consignada en esta a través de gráficas de barras o de puntos. Las representaciones gráficas, como plantea Vallecillos (citado en Castro, 2001), se convierten en una ayuda visual que permite obtener información valiosa, de fácil comprensión y a la que se puede acceder de manera rápida. Los diagramas de barras y de puntos son representaciones sencillas que se obtienen a partir del trazo de dos ejes (uno horizontal y otro vertical que coinciden en punto en común). Los diagramas de barras representan la relación entre distintas categorías, mientras que los de líneas representan la evolución de una misma categoría en el tiempo.

Teniendo en cuenta lo anterior, conviene proponer a los estudiantes actividades que conlleven a la recolección, organización y representación de información, por ejemplo el diseño y realización o estudio de una encuesta sobre algún tema de interés de los estudiantes o relacionados con algún otro proceso que se adelante, como el superhéroe favorito, su libro predilecto de los que se han leído en la clase de lenguaje, el color preferido para el uniforme de un equipo deportivo, etc. Proponga o construya con los estudiantes una tabla para registrar la información de manera que por cada respuesta u opción de respuesta se defina el número de personas que lo prefieren y promueva que sus estudiantes realicen representaciones de esta información, con tipos de gráficos que ya conocen o representaciones intermedias a partir de las cuáles se puedan formalizar.

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

En relación con la lectura de las tablas y de las gráficas es recomendable trascender de la lectura literal, es decir, ir más allá de la lectura de los datos y de lo que se presenta allí explícitamente, para comparar cantidades y dar respuestas a preguntas asociadas a la información implícita. Posteriormente, en un nivel de lectura más avanzado, se espera que se realice una lectura más allá de los datos, es decir, en la que se hagan predicciones o inferencias sobre informaciones que no se presentan o contemplan en las tablas o gráficas.

Algunas sugerencias para la lectura de tablas, gráficas de barras y de puntos en el aula de clases es proponer situaciones en las que los estudiantes traduzcan información de datos presentada en formato de tablas, diagramas o barras, se recomienda enfrentarlos a situaciones en las cuales sea dada una representación en escenarios reales y formular preguntas a propósito de la lectura: ¿qué datos hay?, ¿qué registro muestra cada dato?, ¿cuál dato tiene mayor cantidad de registros?, ¿cuál tiene la menor?, etc.

ANEXO 1 - Sugerencias pedagógicas en Matemáticas

Bibliografía

Batanero, C. y Godino, J. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Castro, E. (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria*. Síntesis.

Castro E. (2001). *Didáctica de la matemática en la Educación primaria*. Números decimales (pg 315-346). Editorial Síntesis.

Castro, R. y Castro, R. (2011). *Didáctica de las matemáticas: de preescolar a secundaria*. Bogotá, D. C.: Ecoe Ediciones.

Cid, E., Batanero, M. y Godino, J. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Llinares, S. Y Sánchez, M. (1988). *Fracciones: La relación parte-todo*. Síntesis.